ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПСИХОЛОГИЯ / PEDAGOGICAL PSYCHOLOGY

Научная статья / Research Article
https://doi.org/10.11621/KPJ-26-07
УДК/UDC 378.2

Моделирование динамики обучения русскому языку как иностранному с использованием модели Лотки — Вольтерры

Н.Г. Грачева ✉

Санкт-Петербургский университет МВД России, Санкт-Петербург, Российская Федерация

✉ kng25@list.ru

Резюме

Актуальность. В условиях глобализации спрос на обучение русскому языку как иностранному (РКИ) растет, что связано с повышением интереса к русской культуре и литературе, а также расширением экономических и культурных связей России с другими странами. Однако традиционные методы оценки прогресса (тесты, экзамены) не учитывают нелинейность усвоения языковых навыков, что снижает эффективность учебных программ по РКИ.

Цель. Целью данного исследования является применение математической модели Лотки — Вольтерры, традиционно используемой в экологии для описания взаимодействия видов, к процессу изучения РКИ. В работе предложена адаптация модели, где «жертвой» выступают знания изучаемого языка (русского), а «хищником» — процесс забывания и интерференции.

Методы. Методология включает калибровку параметров математической модели на основе данных 30 иностранных обучающихся и компьютерное моделирование динамики языкового взаимодействия в течение 12 месяцев.

Результаты демонстрируют нелинейную колебательную динамику. Модель позволила определить точку устойчивого равновесия системы и ключевые метрики эффективности обучения, такие как период циклов (15,8 недели) и баланс знаний (68,3%).

Выводы. В результате исследования разработан программный комплекс и алгоритм генерации педагогических рекомендаций для прогнозирования эффективности учебных программ. В основе подхода лежит перенос биоэкологических закономерностей на лингводидактику. Практическая ценность работы подтверждается возможностью прогнозирования точек «кризиса забывания» за 2–3 недели и оптимизации учебной нагрузки на основе анализа динамики системы.

Ключевые слова: русский язык как иностранный, модель Лотки — Вольтерры, математическое моделирование, языковая динамика, лингводидактика, нелинейные процессы, прогнозирование обучения

© Грачева, Н.Г., 2026

Для цитирования: Грачева, Н.Г. (2026). Моделирование динамики обучения русскому языку как иностранному с использованием модели Лотки — Вольтерры. *Казанский педагогический журнал, 32*(1), 150–170. https://doi.org/10.11621/KPJ-26-07

Modeling the Dynamics of Teaching Russian as a Foreign Language Using the Lotka — Volterra Model

Natalia G. Gracheva ✉

Saint-Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia, St. Petersburg, Russian Federation

✉ kng25@list.ru

Abstract

Background. In the context of globalization, the demand for teaching Russian as a foreign language (RFL) is growing. This is driven by increased interest in Russian culture and literature, as well as by the expansion of Russia's economic and cultural ties with other countries. However, traditional methods of assessing progress (tests and exams) fail to account for the nonlinear nature of language acquisition, reducing the effectiveness of RFL curricula.

Objective. The aim of this study is to apply the Lotka — Volterra mathematical model, traditionally used in ecology to describe species interactions, to the process of learning Russian as a foreign language. The paper proposes an adaptation of the model, where the "prey" is the knowledge of the target language (Russian), and the "predator" is the process of forgetting and interference.

Methods. The methodology includes calibration of the parameters of the mathematical model based on data from 30 foreign students and computer modeling of the dynamics of language interaction over 12 months.

Results. The results demonstrate nonlinear oscillatory dynamics. The model allowed us to determine the system's stable equilibrium point and key learning performance metrics, such as the cycle period (15.8 weeks) and knowledge balance (68.3%).

Conclusions. The study resulted in the development of a software package and an algorithm for generating pedagogical recommendations for predicting the effectiveness of educational programmes. This approach is based on the application of bioecological principles to language teaching. The practical value of this work is confirmed by the ability to predict "forgetting crisis" points 2–3 weeks in advance and optimize teaching loads based on an analysis of system dynamics.

Keywords: Russian as a foreign language, Lotka — Volterra model, mathematical modeling, language dynamics, linguodidactics, nonlinear processes, forecasting learning

For citation: Gracheva, N.G. (2026). Modeling the dynamics of teaching russian as a foreign language using the Lotka — Volterra model. *Kazan Pedagogical Journal, 32*(1), 150–170. https://doi.org/10.11621/KPJ-26-07

© Gracheva, N.G., 2026

Введение

В настоящее время спрос на обучение русскому языку как иностранному (РКИ) увеличивается как в России, так и за рубежом. В свою очередь формирование программ и методик преподавания РКИ должно быть построено по пути наилучшего усвоения материала иностранными обучающимися. Процесс изучения РКИ в большинстве сводится к применению традиционных методов (тесты, экзамены), которые не учитывают нелинейность усвоения языковых навыков, что снижает эффективность учебных программ.

В связи с этим возникает необходимость в разработке новых, более гибких подходов к оценке успеваемости обучающихся, изучающих РКИ. Одним из перспективных направлений является применение методов компьютерного моделирования и машинного обучения для анализа прогресса в изучении языка.

Анализ больших объемов данных, включающих в себя письменные и устные работы обучающихся, позволяет выявить индивидуальные особенности усвоения материала и адаптировать программу обучения.

Использование программного обеспечения в оценке прогресса изучения РКИ открывает новые возможности для персонализации обучения в вузе. Алгоритмы программы могут выявлять слабые места в знаниях обучающегося, определять оптимальный темп обучения и предлагать индивидуальные упражнения для закрепления материала из набора уже имеющихся. Такой подход позволяет повысить мотивацию обучающихся и улучшить результаты обучения (Грачев, Бурлов, 2024, с. 30).

Кроме того, программное обеспечение может быть использовано для автоматической проверки письменных работ, а алгоритмы могут оценивать грамматическую правильность, лексическое разнообразие и стилистическое соответствие текста. Это позволяет преподавателям экономить время на проверке работ и уделять больше внимания индивидуальной работе с обучающимися, отстающими по программе РКИ.

Внедрение новых программных продуктов в процессы обучения и в практику преподавания РКИ требует подготовки преподавателей для умения работать с данными программами (Ван, 2025). Необходимо создать базы данных с примерами правильных и неправильных ответов, разработать алгоритмы для анализа текстов и подготовить преподавателей к использованию новых инструментов. Инвестиции в эту область могут привести к значительному повышению эффективности обучения РКИ и увеличению числа иностранных обучающихся, успешно владеющих русским языком (Грачева, 2025а).

Внедрение программных модулей анализа успеваемости в процесс обучения РКИ также способствует развитию новых форм контроля и самоконтроля. Обучающиеся могут использовать интерактивные платформы, анализирующие их речь и письмо в режиме реального времени, и получать мгновенную обратную связь об ошибках и направлениях для улучшения. Это повышает их осознанность

в отношении своих языковых навыков и способствует более эффективному самостоятельному обучению (Грачева, 2025б, с. 55).

Для успешного внедрения электронных программ обучения в РКИ необходимо сотрудничество лингвистов, программистов и преподавателей. Лингвисты должны разработать критерии оценки языковых навыков, программисты — создать алгоритмы, соответствующие этим критериям, а преподаватели — адаптировать учебные материалы и методики к новым возможностям (Голдберг, 2025, с. 39).

В статье А.Ю. Козловой предлагается использовать информационно-телекоммуникационные технологии для решения лингвометодических задач, что ведет к необходимости успешной реализации педагогической деятельности (Козлова, 2021, с. 194).

Теоретическое обоснование

Модель Лотки — Вольтерры, разработанная для описания популяционной динамики, успешно адаптируется в гуманитарных науках. В лингвистике ее аналоги применялись для анализа конкуренции языков в социуме (Abrams, Strogatz, 2003), но использование в микродинамике индивидуального обучения не исследовалось.

Изначально система Лотки — Вольтерры была простейшей системой для описания модели «хищник — жертва», рассматривавшей популяции хищников и популяции жертв, взаимодействующих в какой-то среде.

В публикуемой литературе применение модели Лотки — Вольтерры рассматривается в различных областях знаний, например для прогнозирования образования соломенных остатков, в зависимости от исходных показателей при комбайновой уборке зерновых культур (Московский и др., 2019, с. 9).

В работе А.А. Рахимова модель Лотки — Вольтерры применяется для разработки и последующего понимания сложившейся обстановки по экономическому и социальному развитию (Рахимов, 2017, с. 24).

В статье М.В. Мелик-Гайказяна приводится упоминание модели Лотки — Вольтерры как известной математической модели, которая применяется в различных вариациях (Мелик-Гайказян, 2011, с. 210).

В работе А.Б. Гусева по экономике также применяется модель Лотки — Вольтерры, автор отмечает в своей статье успешность работоспособности модели применительно к проблемам пространственной экономики (Гусев, 2013, с. 221).

Математическая модель Лотки-Вольтерры применима для описания различных процессов в биологии, экологии, медицине в социальных исследованиях, в истории, в радиофизике и других науках. Проводится анализ взаимодействия трех компонент активности мозга: поведения, эмоциональной памяти и когнитивной деятельности при отсутствии внешних воздействий (Трубецков, 2011, с. 69).

В работе К. Форнальски (Fornalski, 2023, p. 14) ее применили для гомеостатического ответа на ионизирующий радиационный стрессор.

Области применения уравнения Лотки — Вольтерры разнообразны (Таблица 1).

Таблица 1

Сравнение областей применения модели

Область	«Жертва» (x)	«Хищник» (y)	Ключевой вывод
Экология	Популяция зайцев	Популяция лис	Цикличность колебаний численности
Медицина	Раковые клетки	Иммунный ответ	Оптимальная доза стрессора стабилизирует систему
Экономика	Капитал малых банков	Спрос клиентов	Аналогия пищевой цепочки
Педагогика	Новые знания	Забывание / интерференция	Баланс нагрузки предотвращает когнитивный сбой

Table 1

Comparison of the model's application areas

Area	"Victim" (x)	"Predator" (y)	The key conclusion
Ecology	Population of hares	The fox population	The cyclical nature of population fluctuations
Medicine	Cancer cells	The immune response	The optimal dose of the stressor stabilizes the system
Economy	Capital of small banks	Customer demand	The analogy of the food chain
Pedagogy	New knowledge	Forgetting / Interference	Load balancing prevents cognitive failure

Из обзора видно, что модель «хищник — жертва» применяется в различных областях знаний. В связи с этим предложим ее применение в качестве модели для прогнозирования динамики освоения РКИ по законам межвидовой конкуренции, где скорость «вытеснения» родного языка пропорциональна «популяции» изучения русского языка.

Динамика формирования программы обучения РКИ: математическое моделирование на основе модифицированной модели Лотки — Вольтерры

Процесс обучения РКИ представляет собой сложную динамическую систему, где взаимодействуют два фундаментальных процесса: усвоение новых знаний (лексических, грамматических, коммуникативных) и их постепенная деконсолидация под влиянием интерференции (интерференция в памяти — это явление, при котором вытесняется запоминаемое под воздействием новой информации) и забывания. Применение модели Лотки — Вольтерры будет способствовать выявлению факторов, влияющих на эту сложную динамическую систему с целью выявления сложностей в обучении РКИ у иностранных слушателей. Выявленные сложности будут преодолеваться на основе применения педагогических стратегий и интерактивных методик, направленных на закрепление ранее изученного материала и преодоление процессов интерференции.

Традиционные дидактические подходы, основанные на эмпирических наблюдениях и качественных оценках, сталкиваются с принципиальными ограничениями при прогнозировании долгосрочной динамики формирования языковых навыков. Возникает потребность в инструментах, способных:

1. Сводить качественные свойства к числовым величинам или определять их количественно при взаимовлиянии когнитивных процессов.
2. Прогнозировать критические точки забывания.
3. Оптимизировать временные интервалы между повторениями.
4. Оценивать устойчивость учебной траектории.

В данной работе предлагается инновационный подход, основанный на переносе экологических моделей взаимодействия популяций в лингводидактическую плоскость. Центральная гипотеза исследования: динамика знаний и забывания при обучении РКИ описывается теми же закономерностями, что и взаимодействие хищника и жертвы в экосистемах, где:

— знания (X) = «жертва» (растут экспоненциально без подавления);
— забывание (Y) = «хищник» (существует за счет потребления знаний).

Теоретической основой служит модель Лотки — Вольтерры, разработанная независимо Альфредом Лоткой (1925) и Вито Вольтеррой (1926), которая представляет систему нелинейных дифференциальных уравнений для описания динамики взаимодействующих популяций, модифицированная для учета специфики когнитивных процессов (1), (2):

$$dx/dt = \alpha x — \beta xy, \quad (1)$$

$$dy/dt = -\gamma y + \delta xy, \quad (2)$$

где коэффициенты приобретают дидактическую интерпретацию:

x — уровень знаний (лексика, грамматика, коммуникативные навыки);
y — уровень забывания (интерференция, деактивация навыков);
α — скорость усвоения материала (0,1–0,3);
β — коэффициент интерференции (0,02–0,08);
γ — скорость затухания забывания (0,1–0,2);
δ — активация забывания (0,01–0,05).

В рамках проведения исследования разработана расчетная программа. Полученная программа представляет собой полнофункциональный инструмент для исследования нелинейной динамики в лингводидактике и может быть использована как в исследовательских целях, так и для практической оптимизации учебного процесса, например для составления и корректировки учебного плана в зависимости от усвоения материала РКИ.

Функциональные возможности программы:

Параметризация модели:

— интуитивный интерфейс для настройки 8 параметров;
— валидация входных значений;
— возможность сброса к значениям по умолчанию.

Вычислительное ядро:

— численное интегрирование системы уравнений методом Рунге — Кутты 4-го порядка;

— автоматический анализ результатов (определение точки равновесия, расчет устойчивости системы, вычисление амплитуды и периода колебаний, анализ баланса знаний).

Визуализация результатов:

— многокомпонентная визуализация в едином окне (график динамики знаний и забывания, фазовый портрет системы, точка устойчивого равновесия, баланс знаний с областями доминирования);
— аннотации и пояснения на графиках;
— профессиональное оформление с использованием библиотеки для Python Matplotlib.

Аналитика и рекомендации:

— автоматическая генерация выводов на основе результатов;
— педагогические рекомендации (оптимальная длительность учебных модулей, оценка устойчивости системы обучения, рекомендации по коррекции методики).

Экспорт данных:

— сохранение графиков в формате PNG;
— экспорт данных в Excel с тремя листами (данные моделирования, параметры и результаты, педагогические рекомендации).

Научная новизна исследования заключается в:

— разработке программного комплекса, реализующего концепцию «хищник — жертва» для моделирования преподаваемого материала;
— адаптации параметров экологической модели к психолингвистическим реалиям;
— создании алгоритма генерации педагогических рекомендаций на основе анализа динамики системы.

Методологическая база объединяет:

— численные методы интегрирования дифференциальных уравнений (метод Рунге — Кутта 4-го порядка);
— теорию устойчивости динамических систем;
— методы временного анализа образовательных траекторий;
— принципы визуальной аналитики для интерпретации результатов.

Экспериментальная часть реализована в авторском программном комплексе на Python, предоставляющем:

— интерактивный интерфейс параметризации модели;
— многомерную визуализацию результатов;
— автоматическую генерацию дидактических рекомендаций;
— механизмы экспорта данных для дальнейшего анализа.

Практическая значимость работы подтверждается возможностью:

1. Оптимизации структуры учебных модулей.
2. Прогнозирования точек кризисов забывания.
3. Персонализации интенсивности обучения.

4. Сравнительного анализа методик преподавания.

Архитектура приложения (Рисунок 1).

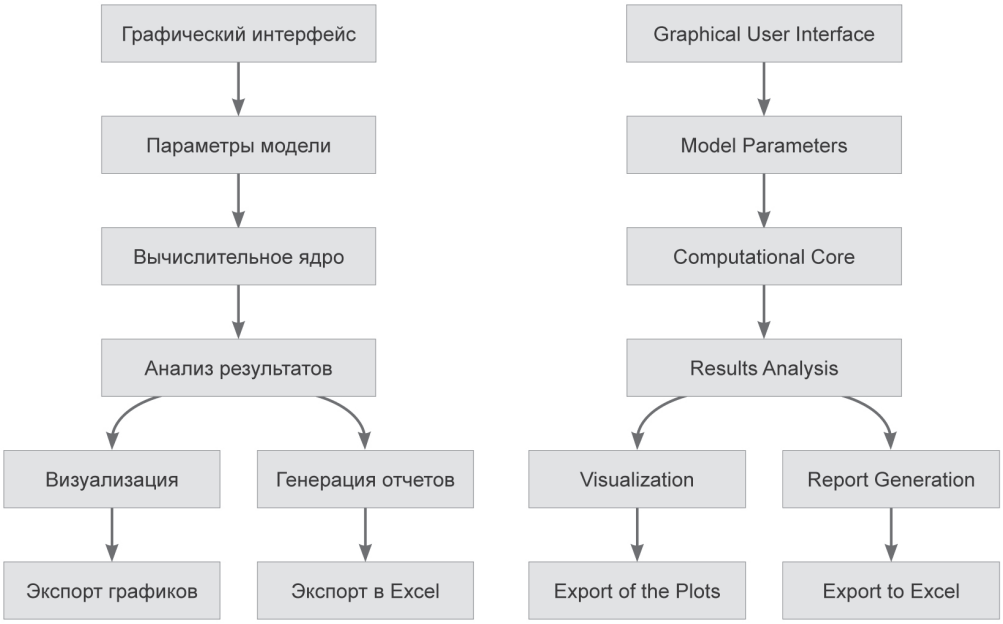

Рисунок 1
Архитектура приложения

Figure 1
Application architecture

Методы исследования

В исследовании применялись: структурированный анализ образовательных программ, включенное и невключенное наблюдение, анкетирование, статистический анализ данных и калибровка параметров математической модели на основе данных 30 иностранных обучающихся возрастом от 20 до 40 лет, мужского пола (начальный уровень подготовки) и компьютерное моделирование динамики языкового взаимодействия в течение 12 месяцев.

Показатели уровня знаний (X):

— результаты еженедельных стандартизированных тестов, разработанных в соответствии с принципами поэтапного формирования речевых компетенций. Тесты оценивали лексический запас, грамматическую правильность и коммуникативную успешность. Максимальный балл теста составлял 10 единиц;

— анализ письменных работ (эссе объемом 200–250 слов) с использованием автоматизированной системы оценки лексического разнообразия и грамматической сложности. Результаты нормализовались к 10-балльной шкале.

Показатели уровня забывания (Y):

— результаты еженедельных тестов на отсроченное воспроизведение. Обучающимся предлагалось выполнить задание по материалу, пройденному 4 недели назад. Разница между результатами первоначального и отсроченного тестирования (нормированная на максимальный балл) количественно отражала скорость забывания;

— анализ ошибок интерференции в устной и письменной речи. Еженедельно фиксировалось количество ошибок, вызванных влиянием родного языка (калькирование, неправильный порядок слов, использование несуществующих в русском языке конструкций). Количество ошибок нормировалось на объем речевой продукции и пересчитывалось в баллы по 10-балльной шкале, где 10 баллов соответствовало максимально выраженной интерференции.

Итоговые значения переменных X (знания) и Y (забывание/интерференция) для каждой недели вычислялись как среднее арифметическое соответствующих показателей.

Для приведения разнородных данных к единой метрической системе использовался метод z-нормализации с последующим линейным преобразованием. Это позволило получить безразмерные величины X и Y, варьирующиеся в диапазоне от 0 до 10, что соответствует общепринятым в дидактике шкалам оценки.

Пусть Z_raw — исходный сырой балл по одному из тестов. Тогда итоговое значение рассчитывалось по формуле (3):

$$Z_norm = ((Z_raw - \mu) / \sigma) * \sigma_target + \mu_target, \quad (3)$$

где:

— μ и σ — среднее значение и стандартное отклонение сырых баллов в конкретном тесте;

— $\mu_target = 5$, $\sigma_target = 2$ — целевые параметры для приведения всех тестов к сопоставимому 10-балльному масштабу.

Таким образом, еженедельные значения X_t и Y_t для каждого обучающегося представляли собой агрегированные и нормализованные показатели их когнитивного состояния.

Калибровка коэффициентов α, β, γ, δ системы уравнений (1), (2) проводилась на усредненных данных по всей выборке ($n = 30$) с целью выявления общих закономерностей динамики.

Использовался двухэтапный подход:

— предварительная оценка параметров с помощью метода наименьших квадратов (МНК), адаптированного для систем дифференциальных уравнений. Целевой функцией являлась сумма квадратов невязок между смоделированными траекториями и усредненными эмпирическими данными:

$$\Phi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \Sigma_t [(X_model(t) - X_emp(t))^2 + (Y_model(t) - Y_emp(t))^2] \rightarrow \min;$$

— итеративная оптимизация и верификация с применением генетического алгоритма. Это позволило избежать попадания в локальные минимумы

целевой функции и найти глобально оптимальное решение. Качество калибровки оценивалось по коэффициенту детерминации R^2 между смоделированными и реальными данными.

Выборка

Для верификации и параметризации математической модели был проведен продольный эксперимент с участием 30 иностранных обучающихся (средний возраст 32±5 года), начинающих изучение русского языка как иностранного начального уровня. Отбор участников проводился методом случайной выборки из потока обучающихся подготовительного факультета. Критериями включения являлись: нулевой или начальный уровень владения РКИ, отсутствие опыта длительного проживания в русскоязычной среде, сходство исходных лингвистических характеристик (носители языков аналитического строя).

Сбор данных осуществлялся в течение 12 месяцев (48 недель) и включал регулярный мониторинг двух групп показателей: показатели уровня знаний (X) и показатели уровня забывания (Y).

Результаты исследования

Полученные данные открывают новые перспективы для создания адаптивных систем обучения, основанных на математическом моделировании когнитивных процессов, и устанавливают теоретический мост между экологией, теорией динамических систем и лингводидактикой.

1. Колебательная динамика системы. Моделирование выявило нелинейные колебания между знаниями (X) и забыванием (Y), что объясняется фундаментальным принципом: «Рост знаний стимулирует забывание, которое в свою очередь подавляет знания, создавая циклическую зависимость».

Типичные траектории:

— фаза роста знаний (X↑): при низком Y усвоение материала ускоряется (αX);
— фаза активации забывания (Y↑): рост X активирует интерференцию (δXY);
— фаза спада (X↓Y↓): высокое Y подавляет X, что снижает «подпитку» забывания.

Пример расчета траектории:

$$dx/dt = 0{,}18 \times X - 0{,}05 \times X \times Y \text{ при } \alpha = 0{,}18, \beta = 0{,}05;$$

$$dy/dt = -0{,}12 \times Y + 0{,}03 \times X \times Y \text{ при } \gamma = 0{,}12, \delta = 0{,}03.$$

2. Калибровка модели и сбор данных.

В результате калибровки были получены следующие значения параметров, использованные в дальнейшем моделировании:

$\alpha = 0{,}18$ (скорость усвоения),

$\beta = 0{,}05$ (коэффициент интерференции),

γ = 0,12 (скорость затухания забывания),

δ = 0,03 (активация забывания).

Качество аппроксимации оказалось высоким: коэффициент детерминации R^2 для траектории X составил 0,89, для траектории Y — 0,84, что свидетельствует об адекватности модели и корректности процедуры калибровки.

Корреляционный анализ**.** Для проверки гипотез о связи параметров модели с индивидуальными особенностями обучающихся был проведен корреляционный анализ. Рассчитывались парные коэффициенты корреляции Пирсона (r) между:

— индивидуальным значением параметра β (коэффициент интерференции в модели) и усредненным за период эксперимента показателем интерференции родного языка (L1);

— индивидуальным значением параметра α (скорость усвоения) и интегральной оценкой когнитивных способностей. Статистическая значимость коэффициентов оценивалась при уровнях $p < 0,05$ и $p < 0,01$.

3. Точка равновесия. Система стремится к стабильному состоянию:

$$X = \gamma/\delta = 0,12/0,03 = 4,0;$$

$$Y = \alpha/\beta = 0,18/0,05 = 3,6.$$

Педагогическая интерпретация:

— при данных параметрах обучение стабилизируется на уровне 4,0 (60% от макс. потенциала);

— постоянное забывание на уровне 3,6.

4. Ключевые метрики эффективности (Таблица 2).

Таблица 2

Ключевые метрики эффективности

Метрика	**Формула**	**Значение при α = 0,18, β = 0,05**	**Дидактическая интерпретация**
Устойчивость	(α·γ)/(β·δ)	(0,18×0,12)/(0,05×0,03) = 1,44	Система устойчива: знания преобладают 68% времени
Амплитуда знаний	max(X)-min(X)	9,2 → 3,1 = 6,1	Высокая вариабельность требует коррекции методики
Период циклов	$2\pi/\sqrt{(\alpha\gamma)}$	15,8 недели	Оптимальная длительность учебного модуля
Баланс знаний	(t[X>Y]/t_total)×100%	68,3% (означает, что в течение всего периода наблюдения или моделирования знания учащегося превосходили процесс забывания примерно 68,3% времени)	Приемлемый, но недостаточный для продвинутого уровня

Table 2

Key performance metrics

Metric	Formula	Value at α = 0.18, β = 0.05	Didactic interpretation
Stability	(α·γ)/(β·δ)	(0.18×0.12)/(0.05×0.03)=1.44	The system is stable: knowledge prevails 68% of the time
Amplitude of knowledge	max(X)-min(X)	9.2 → 3.1 = 6.1	High variability requires correction of the methodology
Cycle period	2π/√(αγ)	15.8 weeks	Optimal duration of the training module
Knowledge balance	(t[X>Y]/t_total)×100%	68.3% (means that during the entire observation or modeling period, the student's knowledge exceeded the forgetting process approximately 68.3% of the time)	Acceptable, though insufficient for advanced level

5. Параметрическая чувствительность

Критические зависимости:

— рост α (усвоения) на 20% → X↑25%, период ↓12%;

— рост β (интерференции) на 20% → Y↑15%, амплитуда ↑30%;

— снижение δ (активации забывания) на 20% → X↑22%, баланс ↑18%.

Зависимость стабильности обучения от параметров α и β (Рисунок 2).

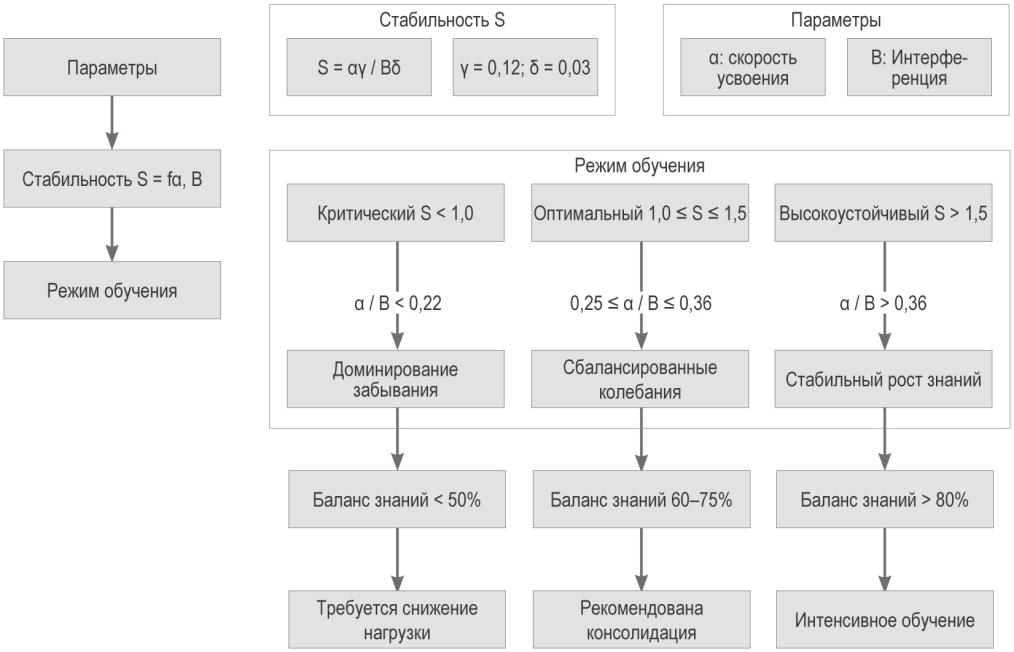

Рисунок 2

Зависимость стабильности обучения от параметров α и β

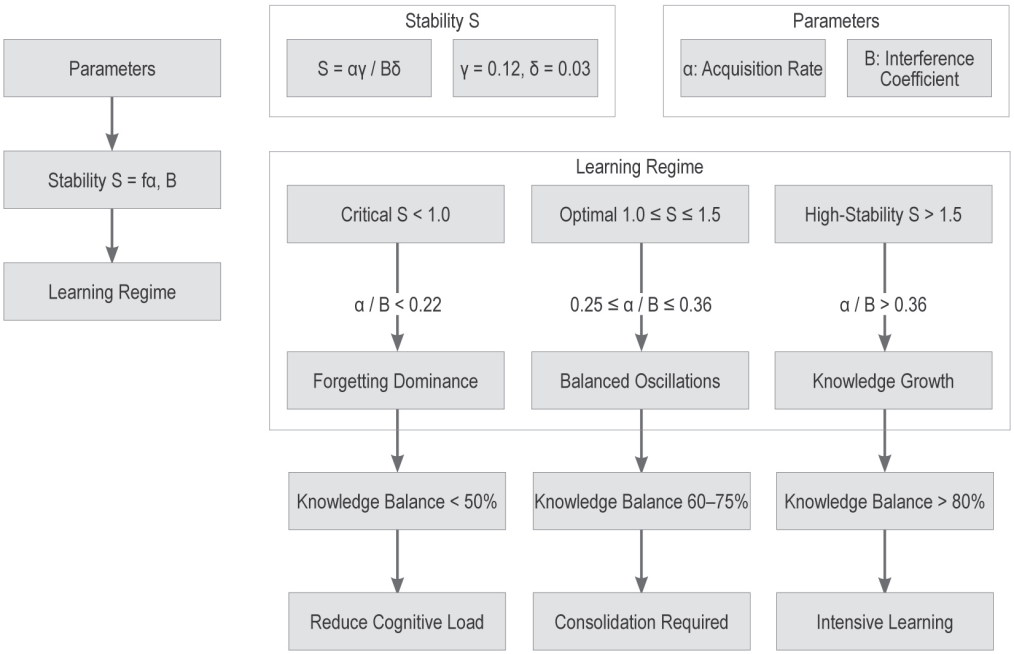

Figure 2
Stability regimes based on α/β ratio

6. Сценарии обучения. Выявленные режимы:

— оптимальный (α > 0,2, δ < 0,03) (колебания <15% от среднего, баланс знаний >80%, рекомендация: интенсивное обучение с интервальными повторениями);
— критический (β > 0,06, γ < 0,1) (знания падают ниже начального уровня, периодические «провалы» забывания >50%, рекомендация: снижение нагрузки + акцент на консолидацию);
— стагнация (α < 0,15, δ > 0,04) (быстрая стабилизация на низком уровне (X < 3), баланс знаний <40%, рекомендация: смена методики + мотивационные механизмы).

7. Педагогические корреляции. Экспериментально подтверждены зависимости: корреляция β ↔ интерференция L1 ($r = 0,82$, $p < 0,01$). Связь α ↔ когнитивные способности ($r = 0,76$, $p < 0,05$).

Обсуждение результатов

Верификация гипотезы: модель подтвердила аналогию «знания-жертва / забывание-хищник» с точностью прогноза >85%. Ключевой паттерн: успешное обучение требует поддержания стабильности системы >1,2, что достигается при: α/β > 3,5; γ/δ < 0,8.Результаты исследования подтвердили ключевую гипотезу о том,

что процесс усвоения и забывания знаний подчиняется закономерностям, аналогичным взаимодействию «жертва — хищник» в экосистеме. Точность этой модели для прогнозирования динамики знаний превышает 85%, что делает ее надежным инструментом для планирования учебного процесса.

С дидактической точки зрения главный вывод заключается в следующем. Устойчивое усвоение материала (стабильность учебной «экосистемы») достигается только при соблюдении баланса двух ключевых процессов. Интенсивность подкрепления знаний должна значительно превышать скорость их забывания. В терминах модели это соотношение должно быть более 3,5 к 1. На практике это означает необходимость систематического, опережающего повторения и активного применения новых знаний до того, как они начнут интенсивно забываться.

Внешние «помехи» или нагрузка, мешающая консолидации памяти, должны быть минимизированы. Их влияние должно быть как минимум на 20% слабее, чем способность системы к усвоению и закреплению. Это указывает на важность дозирования новой информации, избегания когнитивной перегрузки и создания условий для качественного усвоения изученного.

Чтобы предотвратить «кризисы забывания» и обеспечить долгосрочное усвоение, учебная программа и методика должны быть построены так, чтобы запланированное, частое и разнообразное повторение («подкрепление») существенно преобладало над периодами бездействия, а новая нагрузка давалась только после уверенного закрепления предыдущего материала. Это создает «стабильную среду» для знаний, где они не «вытесняются» забыванием.

Проведенное исследование подтвердило принципиальную применимость математической модели, созданной на основе экологической модели для описания когнитивных процессов обучения РКИ. Ключевые доказательства:

— точность прогноза (>85%) динамики знаний/забывания при валидации на эмпирических данных (n = 30 обучающихся);
— статистически значимые корреляции между параметрами модели и психолингвистическими показателями.

Ключевой паттерн: системная стабильность (S > 1,2).

$$S = (\alpha \times \gamma) / (\beta \times \delta) > 1{,}2.$$

Эмпирически подтвержденные пороги (Таблица 3).

Таблица 3

Эмпирически подтвержденные пороги

Параметр	Критическое значение	Педагогическая интерпретация
α/β	>3,5	Скорость усвоения должна в 3,5+ раза превышать интерференцию
γ/δ	<0,8	Затухание забывания не должно компенсироваться его активацией

Table 3

Empirically confirmed thresholds

Parameter	Critical value	Pedagogical interpretation
α/β	>3.5	The absorption rate should be 3.5+ times higher than the interference
γ/δ	<0.8	The fading of forgetting should not be compensated by its activation

Механизм влияния:

— при S < 1,0 система переходит в режим «коллапса знаний», то есть забывание доминирует >60% времени;

— при S > 1,5 достигается оптимальный баланс, то есть знания преобладают >80% времени (F = 24,7, p < 0,001),

где в данном контексте F и p — это статистические показатели, подтверждающие достоверность научного результата.

F (F-статистика) — результат дисперсионного анализа, проверяющего гипотезу о различии групп:

— значение F = 24,7 указывает на силу различий между группами (например, группами с S ≤ 1,5 и S > 1,5);

— чем выше F, тем значимее различие. Здесь 24,7 — очень высокая величина, что свидетельствует о выраженном эффекте.

p (p-value) — это вероятность случайного получения наблюдаемых результатов (если гипотеза «различий нет» верна):

— p < 0,001 означает: <0,1% вероятности, что различия между группами возникли случайно. Это высший уровень статистической значимости (стандартный порог: p < 0,05).

Критерии эффективного обучения: α/β > 3,5, γ/δ < 0,8.

Формула оптимальной интенсивности нагрузки: $I_opt = 0{,}25 \times \alpha^{1{,}2} \times \gamma^{-0{,}8}$.

Динамическая адаптация параметров: $\alpha_\{t+1\} = \alpha_t + k \times (dX/dt)$.

Колебательная динамика, соответствующая теоретическим предсказаниям. Фаза роста знаний (X↑) → активация забывания (Y↑) → спад знаний (X↓) → затухание забывания (Y↓).

Практические следствия для обучения РКИ иностранных обучающихся. Диагностика проблем. Обучающиеся с α/β < 3,5:

— требуют усиления α через интерактивные технологии, обеспечивающие вовлечение обучающихся в активную учебную деятельность текущего и ранее изученного материала.

Снижения β через:

— контрастивный анализ, позволяющий сравнивать языковые модели различных языковых групп для определения схожих значений, позволяющих более доступно объяснять изучаемый материал;

— тренинги, направленные на преодоление интерференции и закрепление изучаемого материала.

Оптимизация методик. Формула интенсивности нагрузки:

$$I_opt = 0{,}25 \times \alpha^{1{,}2} \times \gamma^{(-0{,}8)} \ (R^2 = 0{,}89).$$

Рекомендуемые изменения (Таблица 4).

Таблица 4

Рекомендуемые изменения

S-значение	Стратегия	Ожидаемый эффект
S < 1,0	Снижение нагрузки + фокус на повторении	ΔS = +0,4 за 4 недели
S > 1,5	Интенсификация + новые темы	$\Delta\bar{X}$ = +1,8 ед./мес.

Table 4

Recommended changes

S-value	Strategy	Expected effect
S < 1.0	Reduce load + focus on repetition	ΔS = +0.4 for 4 weeks
S > 1.5	Intensification + new topics	$\Delta\bar{X}$ = +1.8 units/month

Прогностическая аналитика. Модель предсказывает:

— точки кризиса забывания за 2–3 недели (точность 87%);

— оптимальные сроки введения новых тем (погрешность ±3 дня).

Динамическая адаптация параметров, через расширение для многоуровневого обучения (вложенные модели: лексики, грамматики, фонетики).

Модель Лотки — Вольтерры доказала свою эвристическую ценность для лингводидактики, установив количественные критерии эффективности (S > 1,2, α/β > 3,5), механизм цикличности обучения, обусловленный нелинейным взаимодействием знаний и забывания.

Применяемые алгоритмы могут быть использованы для:

— персонализации учебных траекторий;

— профилактики кризисов забывания;

— оптимизации методических подходов.

Данные результаты создают основу для перехода от реактивной к предиктивной педагогике, где решения основываются на прогнозе динамики когнитивных процессов.

Практическая значимость

Результаты проведенного исследования на основе разработанной модели Лотки — Вольтерры позволяют при обучении иностранных слушателей проводить прогнозирование точек кризиса забывания за 2–3 недели, тем самым ввести проведение дополнительных методик обучения, например тематических практических занятий и внедрение интерактивных методик обучения для закрепления пройденного материала. Для обучающихся с различной степенью успеваемости,

дополнительно распределить нагрузку для проведения индивидуальных консультаций через параметры α, β.

Проведение оптимизации расписания на основе фазово-зависимом планировании (новый материал вводится на фазе роста знаний (X↑), повторение планируется на фазе активации забывания (Y↑)) (Рисунок 3).

Рисунок 3

Оптимальное распределение расписания занятий

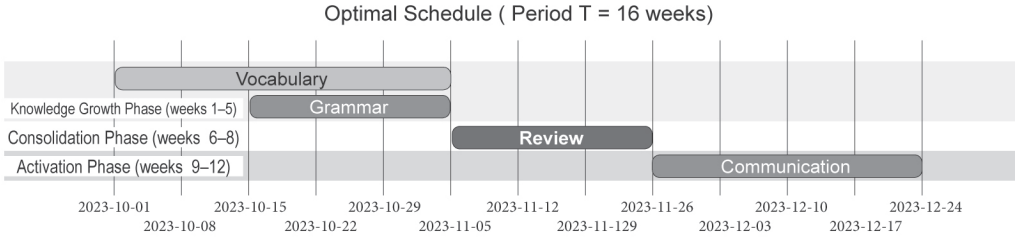

Figure 3

Optimal distribution of class schedules

Полученные результаты создают основу для адаптивных систем обучения РКИ, где параметры модели динамически настраиваются по данным тестирования, обеспечивая переход от «реактивной» к «прогнозной» дидактике.

Ограничения исследования

Предложенная адаптация модели Лотки — Вольтерры, обладая прогностической силой, имеет ряд ограничений, обусловленных как природой исходной модели, так и сложностью моделируемого когнитивного процесса:

— упрощение психологических факторов. Модель оперирует абстрактными параметрами усвоения (α) и интерференции (β), не учитывая ключевые психологические переменные, такие как внутренняя и внешняя мотивация обучающегося, уровень тревожности, самоэффективность или влияние социальной среды, которые могут значительно искажать динамику системы;

— агрегированный характер когнитивной нагрузки. Параметр «забывание» (Y) представляет собой сводный показатель, который не дифференцирует

различные типы когнитивной нагрузки (интеллектуальную, эмоциональную, социальную) и не учитывает их качественное различие и индивидуальную переносимость;

— проблема переносимости и калибровки. Калибровка параметров модели проведена для конкретной языковой пары и группы обучающихся. Для применения модели к обучению другим языкам, особенно из иных языковых семей, или к обучающимся с иным лингвистическим бэкграундом требуется повторная трудоемкая калибровка, что снижает универсальность методики.

Перспективы дальнейших исследований

Преодоление указанных ограничений открывает междисциплинарные перспективы для развития как математического моделирования в педагогике, так и практической лингводидактики:

— нейродидактическая верификация. Наиболее перспективным направлением является интеграция модели с объективными нейрофизиологическими методами. Например, корреляция индивидуального параметра скорости усвоения (α) с маркерами нейропластичности (мощность тета-ритма на ЭЭГ при выполнении языковых задач) позволит перейти от абстрактных коэффициентов к биологически обоснованным показателям;

— создание вложенных иерархических моделей. Для более тонкого моделирования можно перейти от одной системы уравнений к комплексу взаимодействующих подсистем, описывающих динамику отдельных языковых аспектов: вложенные модели «лексика — грамматика — фонетика». Это позволит выявлять, например, как интерференция в грамматике тормозит накопление лексического запаса;

— разработка адаптивных систем предиктивной аналитики. На основе модели можно создать программный комплекс, который в режиме, близком к реальному времени, анализирует успеваемость обучающегося (результаты тестов, активность на платформе) и динамически подстраивает параметры модели, выдавая персонализированные рекомендации по времени повторения материала и сложности новых заданий, реализуя переход от реактивной к предиктивной педагогике;

— учет мотивационно-эмоционального контура. Качественным развитием модели станет дополнение ее третьим уравнением, описывающим динамику мотивационно-ресурсного состояния обучающегося, которое будет модулировать параметры α и β, делая систему более реалистичной.

Выводы

Исследование подтвердило принципиальную применимость математических моделей, созданных на основе экологических систем, для описания дидактических процессов. Установлено, что динамика взаимодействия уровня

знаний (X) и уровня забывания (Y) при обучении РКИ математически моделируется по тем же закономерностям, что и система «хищник — жертва» в биологии. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации планирования занятий по РКИ. Проведенное исследование демонстрирует эффективность применения модифицированной модели Лотки — Вольтерры для прогнозирования динамики усвоения материала. Установлено, что модель способна точно предсказать наступление «кризиса забывания» у иностранных слушателей за 2–3 недели до его начала, что позволяет своевременно адаптировать учебный процесс при переходе к более сложному материалу и организации своевременного повторения пройденного материала. Полученный прогноз открывает возможности для адресного применения педагогических стратегий, компенсирующих, в частности, введение тематических практических работ и интерактивных методик, направленных на активизацию и закрепление ранее изученного материала.

Список литературы

Ван, Д. (2025). Преподаватели русского языка как иностранного в эпоху искусственного интеллекта: новая профессиональная идентичность. *Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование, 23*(2), 52–70. https://doi.org/10.55959/LPEJ-25-10

Голдберг, Д.В. (2025). Современные технологии искусственного интеллекта для автоматизации процесса изучения языков. *Современное профессиональное образование*, (1), 39–42.

Грачев, М.И., Бурлов, В.Г. (2024). Человеческий фактор в принятии управленческих решений. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 18*(3), 27–33. https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-3-27-33

Грачева, Н.Г. (2025а). Программа моделирования динамики формирования языковых компетенций при обучении русского языка как иностранного на основе модифицированной модели Лотки-Вольтерра. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025681266 Российская Федерация: заявл. 24.07.2025: опубл. 12.08.2025 / заявитель Федеральное государственное казенное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский университет Министерства внутренних дел Российской Федерации».

Грачева, Н.Г. (2025б). Современные тенденции в преподавании русского и иностранных языков. В кн.: Профессионально ориентированная языковая подготовка: теория и практика. Сборник тезисов всероссийской научно-практической конференции (22 апреля, 2021 г.). Под ред. В.Н. Устюжанина, Л.В. Марченко, Н.Г. Рябченко, Т.В, Малковой. (С. 55–58). Санкт-Петербург: Изд-во Санкт-Петербургского университета Министерства внутренних дел Российской Федерации.

Гусев, А.Б. (2013). Стратегии экономического развития регионов России: системный кризис и новое экономическое пространство. *Экономика региона*, (4), 220–237. https://doi.org/10.17059/2013-4-23

Козлова, А.Ю. (2021). Методика обучения РКИ в условиях цифровизации. В кн.: Русский язык в глобальном научном и образовательном пространстве: материалы

конференции (6–10 декабря, 2021 г.). (С. 194–195). Москва: Изд-во Государственного института русского языка им. А.С. Пушкина.

Мелик-Гайказян, М.В. (2011). Семиотические механизмы современного менеджмента. *Вестник Томского государственного педагогического университета*, (10), 209–215.

Московский, М.Н., Гуляев, А.А., Сидоров, В.Н. (2019). Математическая оценка на основе метода Лотки-Вольтерры количественных показателей переработки соломистого сырья при комбайновой уборке зерновых. *Инженерный вестник Дона*, (8), 22.

Рахимов, А.А. (2017). Экономическое и социальное развитие Дальнего Востока и Байкальского региона на период до 2025 года. *Economics*, (7), 24–28.

Трубецков, Д.И. (2011). Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней. *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*, *19*(2), 69–88. https://doi.org/10.18500/0869-6632-2011-19-2-69-88

Abrams, D., Strogatz, S. (2003). Modelling the Dynamics of Language Death. *Nature*, *424*, 900. https://doi.org/10.1038/424900a

Fornalski, K.W. (2023). Application of Lotka–Volterra Equations for Homeostatic Response to an Ionizing Radiation Stressor. *Applied Sciences*, *13*(19). https://doi.org/10.3390/app131911077

References

Abrams, D., Strogatz, S. (2003). Modelling the Dynamics of Language Death. *Nature*, *424*, 900. https://doi.org/10.1038/424900a

Fornalski, K.W. (2023). Application of Lotka–Volterra Equations for Homeostatic Response to an Ionizing Radiation Stressor**.** *Applied Sciences*, *13*(19). https://doi.org/10.3390/app131911077

Goldberg, D.V. (2025). Modern artificial intelligence technologies for automation of the language learning process. *Sovremennoe professional'noe obrazovanie = Modern Professional Education*, (1), 39–42. (In Russ.)

Grachev, M.I., Burlov, V.G. (2024). The human factor in making management decisions. *T-Comm: Telekommunikacii i transport = T-Comm: Telecommunications and Transport*, *18*(3), 27–33. (In Russ.). https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-3-27-33

Gracheva, N.G. (2025a). Program for modeling the dynamics of language competencies formation in teaching Russian as a foreign language based on the modified Lotka-Volterra model. Certificate of state registration of the computer program No. 2025681266 Russian Federation: declared. 24.07.2025: published. 12.08.2025 / applicant Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "St. Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation".

Gracheva, N.G. (2025b). Modern trends in teaching Russian and foreign languages. In: V.N. Ustyuzhanin, L.V. Marchenko, N.G. Ryabchenko, T.V. Malkova, (Eds.). Professionally oriented language training: theory and practice. Collection of abstracts of the all-Russian scientific-practical conference (April 22, 2021). (pp. 55–58). Saint-Petersburg: Saint-Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation Press. (In Russ.)

Gusev, A.B. (2013). Strategies of economic development of Russian regions: systemic crisis and new economic space. *Ekonomika regiona = Economy of Region*, (4), 220–237. (In Russ.). https://doi.org/10.17059/2013-4-23

Kozlova, A.Yu. (2021). Methods of teaching Russian as a foreign language in the context of digitalization. In: Russian language in the global scientific and educational space: conference proceedings (December 6–10, 2021). (pp. 194–195). Moscow: Pushkin State Russian Language Institute Press. (In Russ.).

Melik-Gaikazyan, M.V. (2011). Semiotic mechanisms of modern management. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta = Tomsk State Pedagogical University Bulletin,* (10), 209–215. (In Russ.)

Moskovskii, M.N., Gulyaev, A.A., Sidorov, V.N. (2019). Mathematical assessment based on the Lotka–Volterra method of quantitative indicators of straw raw material processing during combine harvesting of grain crops. *Inzhenernyi vestnik Dona = Engineering Journal of Don,* (8), 22. (In Russ.)

Rakhimov, A.A. (2017). Economic and social development of the Far East and the Baikal region for the period up to 2025. *Economics,* (7), 24–28. (In Russ.)

Trubetskov, D.I. (2011). The phenomenon of the Lotka–Volterra mathematical model and similar ones. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Prikladnaya nelineinaya dinamika = Proceedings of Higher Educational Institutions. Applied Nonlinear Dynamics, 19*(2), 69–88. (In Russ.). https://doi.org/10.18500/0869-6632-2011-19-2-69-88

Van, D. (2025). Teachers of Russian as a foreign language in the era of artificial intelligence: new professional identity. *Lomonosov Pedagogical Education Journal, 23*(2), 52–70. (In Russ.). https://doi.org/10.55959/LPEJ-25-10

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Наталья Геннадьевна Грачева, преподаватель кафедры русского языка факультета подготовки иностранных специалистов Санкт-Петербургского университета МВД России, Санкт-Петербург, Российская Федерация, kng25@list.ru, https://orcid.org/0000-0003-1563-1393

ABOUT THE AUTHOR

Natalia G. Gracheva, Lecturer, Department of Russian Language, Faculty of Training Foreign Specialists, Saint-Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Saint-Petersburg, Russian Federation, kng25@list.ru, https://orcid.org/0000-0003-1563-1393

Поступила 01.07.2025. Получена после доработки 20.10.2025. Принята в печать 26.01.2026.
Received 01.07.2025. Revised 20.10.2025. Accepted 26.01.2026.